

# BÀI GIẢI

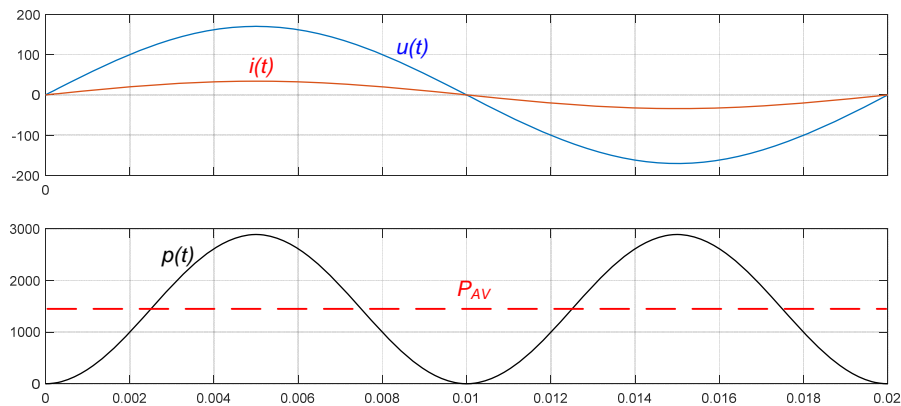
## BÀI TẬP CHƯƠNG 1

### Bài 1:

a. Công suất tức thời trên tải R:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{u^2(t)}{R} = \frac{170^2 \cdot \sin^2(100\pi t)}{10}$$

Dạng sóng  $u(t)$ ,  $i(t)$  và  $p(t)$  vẽ trên hình 1.



**Hình 1**

b. Công suất tức thời lớn nhất xảy ra khi  $|\sin(100\pi t)| = 1$ , tương ứng với:

$$P_{\max} = 170^2 / 10 = 2890 \text{ W}$$

c. Công suất trung bình trên tải tính theo định nghĩa về trị trung bình sẽ là:

$$P = P_{AV} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\omega t) \cdot d(\omega t) = \frac{170^2}{2 \cdot 10} = 1445 \text{ W}, \text{ trong đó: } \omega t = 100\pi t$$

Công suất trung bình này chính là công suất thực P, là đường thẳng màu đỏ  $P_{AV}$  trên hình 1.

SV kiểm chứng lại công thức đã học:  $P = \frac{U_{rms}^2}{R}$  (trong bài này  $U_{rms}$  là bao nhiêu ?)

### **Bài 2:**

Sinh viên tự vẽ dạng sóng  $u(t)$ ,  $i(t)$  để xác định trong 1 chu kỳ (từ  $0 \rightarrow 100\text{ms}$ ) công suất tức thời  $p = u.i$  sẽ có biểu thức như sau:

$$\begin{aligned} p &= 0, & 0 < t < 50\text{ms} \\ p &= 20\text{W}, & 50\text{ms} \leq t < 70\text{ms} \\ p &= 0, & 70\text{ms} \leq t \leq 100\text{ms} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra công suất trung bình  $P$  là: 
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{100} \int_{50}^{70} 20 dt = 4\text{W}$$

Năng lượng tiêu thụ của tải trong mỗi chu kỳ:  $W = P.T = 4\text{W} \times 0.1\text{s} = 0.4\text{W.s} = 0.4\text{J}$

### **Bài 3:**

Sinh viên tự vẽ dạng sóng và suy ra công suất tức thời  $p = u.i$  sẽ có biểu thức như sau:

$$\begin{aligned} p &= 0, & 0 < t < 50\text{ms} \\ p &= 48\text{W}, & 50\text{ms} \leq t < 100\text{ms} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra công suất trung bình  $P$  là: 
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{100} \int_{50}^{100} 48 dt = 24\text{W}$$

### **Bài 4:**

Với  $i(t) = 20 \sin(100\pi t)$  [A],

**a.** Công suất thực (hoặc công suất trung bình) trên R:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} 5 \cdot [20 \sin(\omega t)]^2 d(\omega t) = 1000\text{W}, \text{ với } \omega t = 100\pi t$$

Có thể so sánh kết quả trên với công thức thường áp dụng cho sóng sin:  $P_R = RI_{rms}^2 = R \frac{I_m^2}{2} = 5 \frac{20^2}{2} = 1000\text{W}$

**b.** Công suất tức thời trên L:

$$p_L(t) = u_L.i = L \frac{di}{dt} i = (\omega L) 20^2 \cdot 2 \cdot \sin(2\omega t) \text{ với } \omega t = 100\pi t$$

Từ đó suy ra công suất trung bình trên L:

$$P_L = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_L(t) dt = 0 \quad (\text{Sinh viên tự tính tích phân này})$$

Ý nghĩa vật lý: L (và C) không tiêu thụ công suất thực.

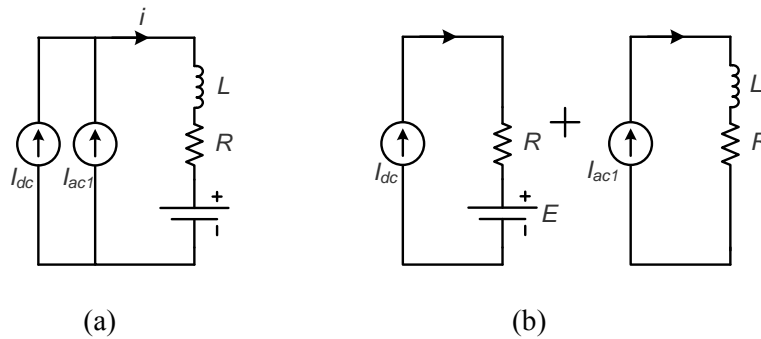
c. Công suất trung bình do dòng  $i(t)$  ở trên gây ra trên nguồn E bằng zero (sinh viên tự chứng minh).

### **Bài 5:**

Dòng điện đã cho có thể xem là tổng của 2 nguồn dòng: nguồn dòng một chiều  $I_{dc}$ , nguồn dòng xoay chiều hình sin  $i_{ac1}$ :

$$i(t) = 2 + 20\sin(100\pi t) = I_{dc} + i_{ac1}(t)$$

Mạch tương đương như hình 2a, áp dụng nguyên lý xếp chồng cho mạch này, ta được các mạch tương đương với từng nguồn dòng như hình 2b (Sinh viên tự kiểm chứng).



**Hình 2**

Từ đó suy ra công suất trên R:

$$P_R = RI_{dc}^2 + RI_{ac1,rms}^2 = 3 \left( 2^2 + \left( \frac{20}{\sqrt{2}} \right)^2 \right) = 612 \text{ W}$$

Công suất trên nguồn sức điện động E:

$$P_E = E \cdot I_{dc} = 12 \cdot 2 = 24 \text{ W} \quad (\text{công suất trên nguồn } E > 0 \rightarrow \text{nguồn } E \text{ nhận công suất})$$

Lưu ý là: thành phần *dòng xoay chiều không tạo ra công suất thực trên E* (SV tự chứng minh bằng cách tính công suất tức thời do dòng xoay chiều gây nên trên nguồn E, từ đây tính ra công suất trung bình trên E = zero).

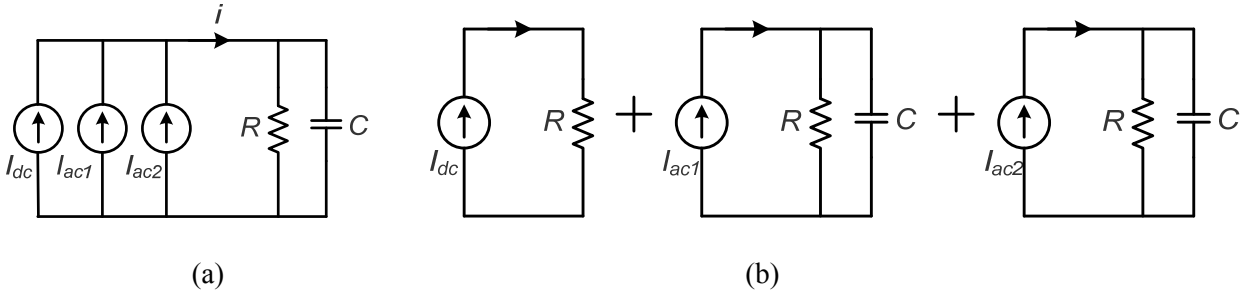
Công suất thực (công suất trung bình) trên L = zero.

### **Bài 6:**

Tương tự bài 5, dòng điện đã cho có thể xem là tổng của 3 nguồn dòng: nguồn dòng một chiều  $I_{dc}$ , nguồn dòng xoay chiều hình sin  $i_{ac1}$  và  $i_{ac2}$ :

$$i(t) = 1.5 + 2 \cos(100\pi t) + 1.1 \cos(200\pi t + \pi/3) = I_{dc} + i_{ac1}(t) + i_{ac2}(t)$$

Mạch tương đương như hình 3a, áp dụng nguyên lý xếp chồng cho mạch này, ta được các mạch tương đương với từng nguồn dòng như hình 3b (Sinh viên tự kiểm chứng).



**Hình 3**

Từ đây, SV tự tính ra:

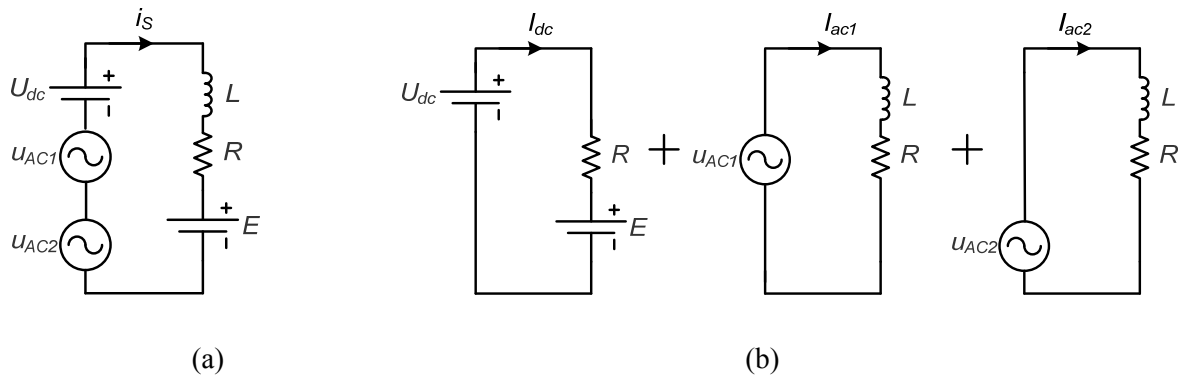
$$P_R = P_{R,dc} + P_{R,ac1} + P_{R,ac2} = 225W + 57.7W + 5.56W = 288.3W$$

$$P_C = 0$$

### **Bài 7:**

Tương tự bài 6, nguồn điện áp đã cho có thể xem là tổng của 3 nguồn áp: nguồn áp một chiều  $U_{dc}$ , nguồn áp xoay chiều hình sin  $u_{ac1}$  và  $u_{ac2}$ :

$$u(t) = 2.5 + 10 \cos(100\pi t) + 3\sqrt{2} \cos(200\pi t + \pi/3) = U_{dc} + u_{ac1}(t) + u_{ac2}(t)$$



**Hình 4**

Mạch tương đương như hình 4a, áp dụng nguyên lý xếp chồng cho mạch này, ta được các mạch tương đương với từng nguồn dòng như hình 4b (Sinh viên tự kiểm chứng).

Dòng tạo ra bởi nguồn các nguồn điện áp nói trên được tính như sau:

$$I_{dc} = \frac{U_{dc} - E}{R} = \frac{2.5 - 12}{4} = -2.375 A$$

$$I_{ac1,rms} = \frac{U_{ac1,rms}}{\sqrt{R^2 + (\omega_1 L)^2}} = \frac{(10 / \sqrt{2})}{\sqrt{4^2 + (100\pi \cdot 0.01)^2}} = 1.39 A$$

$$I_{ac2,rms} = \frac{U_{ac2,rms}}{\sqrt{R^2 + (\omega_2 L)^2}} = \frac{(3\sqrt{2} / \sqrt{2})}{\sqrt{4^2 + (200\pi \cdot 0.01)^2}} = 0.4 A$$

Từ đó suy ra:

$$P_R = P_{R,dc} + P_{R,ac1} + P_{R,ac2} = R(I_{dc}^2 + I_{ac1,rms}^2 + I_{ac2,rms}^2) = 30.94 W$$

$$P_E = E \cdot I_{dc} = -28.5 W$$

$$P_L = 0$$

Công suất trên nguồn  $E < 0 \rightarrow$  nguồn  $E$  phát công suất.

Công suất của nguồn  $u(t)$ :

$$P_u = P_R + P_E = 30.94 + (-28.5) = 2.44 W \quad (\text{Công suất của nguồn } u(t) > 0 \rightarrow \text{nguồn } u(t) \text{ phát công suất}).$$

### **Bài 8:**

Sinh viên tự vẽ dạng sóng  $u(t)$  và  $i(t)$ , sau đó áp dụng định nghĩa về trị trung bình và trị hiệu dụng để tính ra:

$$\begin{array}{ll} U_{AV} = 3.5 V & \text{và} \quad I_{AV} = 2 A \\ U_{rms} = 4.18 V & I_{rms} = 2.82 A \end{array}$$

### **Bài 9:**

Sinh viên kiểm tra lại (phần lý thuyết) công thức tính trị hiệu dụng khi biết các thành phần một chiều và xoay chiều của dòng (áp), từ đó tính được:

$$U_{rms} = \sqrt{2.5^2 + (10 / \sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2} / \sqrt{2})^2} = 8.07 V$$

$$I_{rms} = \sqrt{1.5^2 + \left(2/\sqrt{2}\right)^2 + \left(1.1/\sqrt{2}\right)^2 + \left(1.5/\sqrt{2}\right)^2} = 2.45 A$$

Sinh viên kiểm tra lại phần lý thuyết để thấy rằng công suất thực chỉ tạo ra bởi sự kết hợp của các thành phần áp và dòng có cùng tần số, từ đây suy ra công suất thực trên tải với dạng sóng áp và dòng như giả thiết sẽ là:

$$P = \left( 2.5 \times 1.5 + \frac{10 \times 2}{2} \cos(0^\circ) + \frac{3\sqrt{2} \times 1.1}{2} \cos(0^\circ) + \frac{0 \times 1.5}{2} \right) = 16.08 W$$

#### **Bài 10:**

Cách giải giống như bài 9, lưu ý là nếu khai triển công thức tính  $u(t)$  và  $i(t)$  trong giả thiết đến  $n \leq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned} u(t) &= 20 + \frac{20}{1} \cos(\pi t) + \frac{20}{2} \cos(2\pi t) + \frac{20}{3} \cos(3\pi t) + \frac{20}{4} \cos(4\pi t) \\ &= 20 + 20 \cos(\pi t) + 10 \cos(2\pi t) + 6.67 \cos(3\pi t) + 5 \cos(4\pi t) \quad [V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i(t) &= 5 + \frac{5}{1^2} \cos(\pi t) + \frac{5}{2^2} \cos(2\pi t) + \frac{5}{3^2} \cos(3\pi t) + \frac{5}{4^2} \cos(4\pi t) \\ &= 5 + 5 \cos(\pi t) + 1.25 \cos(2\pi t) + 0.56 \cos(3\pi t) + 0.31 \cos(4\pi t) \quad [A] \end{aligned}$$

Sinh viên tự tính và kiểm chứng rằng công suất trên tải (tính với  $n \leq 4$ ) là:

$$P = 158.9 W$$

#### **Bài 11:**

Lưu ý là nguồn  $u(t)$  khi khai triển theo  $n$  sẽ có dạng:

$$u(t) = 20 + \frac{20}{1} \sin(1 \times 100\pi t) + \frac{20}{2} \sin(2 \times 100\pi t) + \dots [V]$$

Cách giải giống như bài 7 ở trên, sinh viên tự vẽ các mạch tương đương.

Từ đây suy ra dòng điện do thành phần  $U_{dc} = 20V$  gây ra là:

$$I_{dc} = \frac{U_{dc} - E}{R} = \frac{20 - 36}{20} = -0.8 A$$

Nếu tính đến  $n=3$ , các dòng hài sẽ là (SV tự tìm công thức tính các dòng hài này):

$$I_{ac1,rms} = 0.18 A$$

$$I_{ac2,rms} = 0.044 A$$

$$I_{ac3,rms} = 0.02 A$$

Suy ra công suất trung bình trên R là:

$$P_R = P_{R,dc} + P_{R,ac1} + P_{R,ac2} + P_{R,ac3} = R(I_{dc}^2 + I_{ac1,rms}^2 + I_{ac2,rms}^2 + I_{ac3,rms}^2) = 13.46 W$$

Công suất trên nguồn sức điện động E:

$$P_E = E.I_{dc} = -28.8 W \quad (P_E < 0 \rightarrow E \text{ phát công suất})$$

Công suất thực trên L = zero.

Công suất của nguồn u(t):

$P_u = P_R + P_E = 13.46 + (-28.8) = -15.3 W$  (Công suất của nguồn u(t) < 0  $\rightarrow$  nguồn u(t) nhận công suất phát ra từ tải).

### **Bài 12:**

Lưu ý là nếu hàm u(t) biến thiên tuần hoàn với chu kỳ T:

$$u(t) = u(t + T)$$

Hoặc tính với biên thời gian là  $\omega t$  (trong đó:  $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}$ ):

$$u(t) = u(\omega t + 2\pi)$$

Phân tích Fourier của hàm u sẽ là:

$$u(t) = \frac{A_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t)$$

Trong đó:

$$A_o = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) d(\omega t)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t)$$

Như vậy, hàm  $u(t)$  có thể xem là tổng của thành phần trung bình (thành phần dc) và các sóng hài hình sin như sau:

$$u(t) = \frac{A_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\omega t + \Phi_n)$$

$$\text{Với: } C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}, \quad \Phi_n = \tan^{-1} \left( \frac{A_n}{B_n} \right)$$

Áp dụng vào dạng sóng trong hình 1 (phần bài tập), ta có:

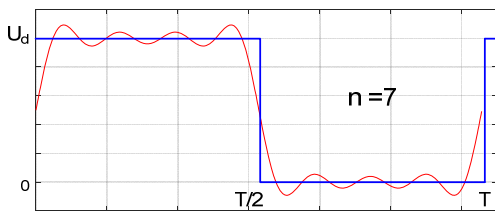
$$A_o = U_d, \quad A_n = 0, \quad B_n = \frac{U_d}{n\pi} (-\cos n\pi + 1) \rightarrow \text{n chẵn: } B_n = 0, \text{ n lẻ: } B_n = \frac{2U_d}{n\pi}$$

Vậy:

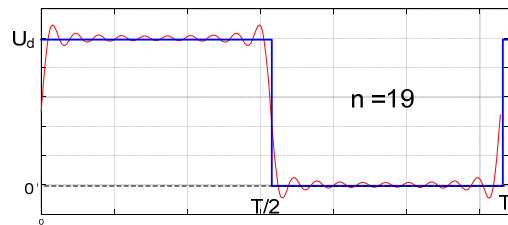
$$u(t) = \frac{U_d}{2} + \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{2U_d}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (1)$$

Hình 5 so sánh dạng  $u(t)$  cho trong bài tập với dạng  $u(t)$  xây dựng bằng công thức (1) trong hai trường hợp:

(a)  $n = 7$  và (b)  $n = 19$ . Với  $n$  càng lớn, chuỗi Fourier thể hiện càng chính xác dạng sóng được phân tích.



(a)



(b)

**Hình 5**

### **Bài 13:**

Giải tương tự bài 12, ta có:

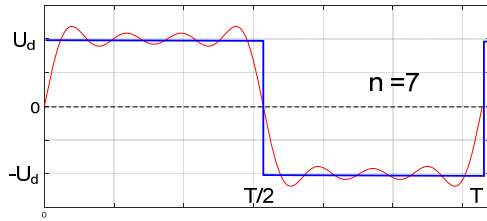
$$A_o = 0, \quad A_n = 0, \quad B_n = \frac{4U_d}{n\pi} \text{ (n lẻ)}, \quad B_n = 0 \text{ (n chẵn)}$$

Vậy:

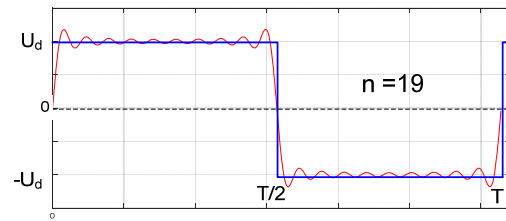
$$u(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{4U_d}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (2)$$

Hình 6 so sánh dạng  $u(t)$  cho trong bài tập với dạng  $u(t)$  xây dựng bằng công thức (2) trong hai trường hợp:

(a)  $n = 7$  và (b)  $n = 19$ . Với  $n$  càng lớn, chuỗi Fourier thể hiện càng chính xác dạng sóng được phân tích.



(a)



(b)

**Hình 6**